PT 2019-2020 DL2

PREMIER PROBLEME :

Réfrigérateur domestique (d'après banque PT 2019)

A) Modélisation d'une machine réfrigérante ditherme

1) * $\boxed{Q_c < 0 \ , \ Q_f > 0 \ , \ W > 0}$

* $Q_f > 0$: c'est le but d'un réfrigérateur ! Le fluide prend de l'énergie à la source froide.
* $W > 0$: c'est le coût ! Le fluide doit recevoir un travail.
* $Q_c < 0$: le fluide cède de l'énergie à la source chaude (ex : air de la pièce via un échangeur thermique derrière le réfrigérateur).

2) * $e_f = \dfrac{\text{but}}{\text{coût}} \Rightarrow \boxed{e_f = \dfrac{Q_f}{W}}$

* $\Delta U = Q_f + Q_c + W = 0$ (1)

1er principe ; cycle et U fonction d'état

* $\Delta S = \dfrac{Q_f}{T_f} + \dfrac{Q_c}{T_c} + S_{créée} = 0$

2nd principe ; $S_{créée} \geq 0$; cycle et S fonction d'état

$$\Rightarrow \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 0 \qquad (2)$$

* $e_f = \dfrac{Q_f}{W} \underset{(1)}{=} \dfrac{Q_f}{-Q_f - Q_c} = \dfrac{-1}{1 + \dfrac{Q_c}{Q_f}}$

* (2) : $\dfrac{Q_c}{T_c} \leq -\dfrac{Q_f}{T_f} \Rightarrow \dfrac{Q_c}{Q_f} \leq -\dfrac{T_c}{T_f}$

$$\Rightarrow 1 + \frac{Q_c}{Q_f} \leq 1 - \frac{T_c}{T_f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 + \dfrac{Q_c}{Q_f}} \geq \frac{1}{1 - \dfrac{T_c}{T_f}}$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{1 + \dfrac{Q_c}{Q_f}} \leq \frac{-1}{1 - \dfrac{T_c}{T_f}} = \frac{-T_f}{T_f - T_c} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

$$\Rightarrow \boxed{e_f \leq e_f^{max} = \frac{T_f}{T_c - T_f}}$$

B) Etude d'un cycle réfrigérant à compression de vapeur

3) * point 1 : entre l'évaporateur et le compresseur etc.

* $Q_c < 0$: le fluide cède de l'énergie à la source chaude (réfrigérateur).

Dans un condenseur : refroidissement et liquéfaction isobares $\Rightarrow$ le fluide cède de l'énergie à l'extérieur.

$\Rightarrow$ le condenseur est au contact de la source chaude, et le fluide cède de l'énergie à la source chaude, d'où le sens des flèches.

* $Q_F > 0$: le fluide reçoit de l'énergie de la source froide (réfrigérateur).

Dans un évaporateur : vaporisation et surchauffe isobares $\Rightarrow$ le fluide reçoit de l'énergie de l'extérieur.

$\Rightarrow$ l'évaporateur est au contact de la source froide, et le fluide reçoit de l'énergie de la source froide, d'où le sens des flèches.

4) * en 4 : vapeur saturante à $T_4 = 0°C \Rightarrow P = 2,3$ bar

* (4 → 1) : isobare $P = 2,3$ bar
* (1) : isobare 2,3 bar ∩ isotherme 10°C.
* (1 → 2s) : isentropique (adiabatique + réversible)

* (2s) : isentropique s_1 ∩ isobare 10 bar

(car 2s → 3 : liquéfaction isobare à 40°C)

* (2s → 3) : isobare 10 bar

* (3) : isobare 10 bar ∩ isotherme 30°C

* (3 → 4) : isenthalpe

* (4) : isenthalpe h_3 ∩ isobare 2,9 bar

Rq : * diagramme (P, h) : isenthalpe ≃ isotherme dans le domaine du liquide car $dh \simeq c\,dT$

⇒ isotherme = verticale, d'où le placement du point (3) (/ isotherme 30°C = verticale)

* dans le diagramme (T, s), l'isobare 10 bar est très proche de la courbe de saturation dans le domaine du liquide.

5) lecture graphique ⇒ document annexe.

6) * Dans l'évaporateur, le fluide reçoit de l'énergie de la part de la source froide ($Q_F > 0$)

⇒ $\boxed{T_{evap} \leq T_f}$ (la chaleur va du chaud vers le froid)

* Dans le condenseur, le fluide cède de l'énergie à la source chaude ($Q_c < 0$)

⇒ $\boxed{T_{cond} \geq T_c}$

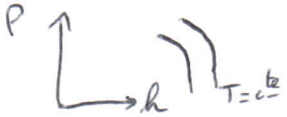
7) On suppose le fluide parfait (absence de pertes de charge).

8) * diagramme (P, h) :

GP ⇒ 2e loi de Joule ⇒ $dh = c\,dT$

⇒ isothermes = isenthalpes = verticales

Or ce n'est pas le cas !



≠ verticales

* diagramme (T, s) : isothermes = horizontales / isenthalpes ≠ horizontales

⇒ la vapeur sèche ne peut pas être assimilée à un GP entre 1 et 2s.

9) $h_2 - h_1 = \dfrac{h_{2s} - h_1}{\eta} = \dfrac{432 - 407}{0{,}75} = \dfrac{25}{0{,}75}$

⇒ $\boxed{h_2 - h_1 = 33\ kJ.kg^{-1}}$

⇒ $h_2 = 33 + 407 = 440\ kJ.kg^{-1}$

(2) : $h_2 = 440\ kJ.kg^{-1}$ ∩ isobare 10 bar

10) lecture graphique : $T_2 \simeq 58°C$

11) cf annexe : (2) $h_2 = 440\ kJ.kg^{-1}$ ∩ isobare 10 bar

12) * 2nd principe de la thermodynamique pour les systèmes ouverts pour le fluide allant de 1 à 2s : $\Delta s = s_{2s} - s_1 = \underbrace{s_{ech}}_{0\ (\text{adiabatique})} + \underbrace{s_{créée}}_{0\ (\text{réversible})}$

⇒ $s_{2s} = s_1$

* idem de 1 à 2 : $s_2 - s_1 = \underbrace{s_{ech}}_{0\ (\text{adiabatique})} + \underbrace{s_{créée}}_{>0\ (\text{irréversible})}$

⇒ $s_2 > s_1$

⇒ $\boxed{s_2 > s_{2s}}$

13) Entre l'entrée et la sortie d'une machine :

$$\boxed{\begin{aligned} &\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_i + q \\ &D_m(\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p) = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{th} \end{aligned}}$$

$\Delta h = h_s - h_e$ = variation d'enthalpie massique

$\Delta e_c = e_{c_s} - e_{c_e}$ = " d'énergie cinétique "

$\Delta e_p = e_{p_s} - e_{p_e}$ = " " potentielle "

w_i = travail indiqué massique / $\mathcal{P}_i$: puissance indiquée

q = chaleur reçue par unité de masse / $\mathcal{P}_{th}$: puissance thermique

14) * chaleur nécessaire pour vaporiser 1 kg de fluide R134a à 0 °C = 396 − 200

lecture graphique

$\simeq 200\ kJ.kg^{-1}$

* $\Delta e_p = g\Delta z$ comparable pour $\Delta z = \frac{\Delta h}{g}$

$\Delta z \simeq \frac{200.10^3}{10} \simeq 20\ km$!! ce qui est énorme devant la hauteur d'un réfrigérateur ($\Delta z \simeq 1$-$2\ m$)

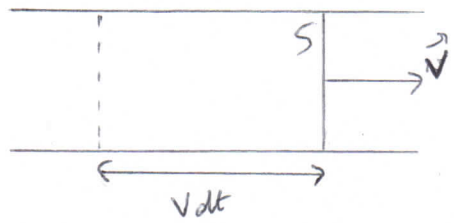
$\Rightarrow \Delta e_p \ll \Delta h$

$\left(\Delta e_p = g\Delta z \simeq 10 \times 1 = 10\ J.kg^{-1} \right.$

$\left. / \Delta h = 200.10^3\ J.kg^{-1} \right)$

$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta e_p}{\Delta h} \simeq 0{,}01\ \% \ll 1}$

15)



On exprime de 2 manières différentes la masse dm traversant S pendant dt :

* $dm = D\,dt$
* cette masse se trouve dans le cylindre de section S de longueur V dt

$\Rightarrow dm = \mu\,(S V dt) = \frac{S V dt}{v}$

masse volumique — volume

$\Rightarrow \boxed{D = \frac{SV}{v}}$

16) Le volume massique est maximal au $\boxed{\text{point 1}}$.

En effet, au point 1, on est dans le domaine de la vapeur sèche (masse volumique + faible que pour le liquide pour la même pression), et on est en amont du compresseur

$\Rightarrow v_1 > v_2$ car $P_2 = 10\ bar \gg$ "$P_1 =$ 2,9 bar"

alors que $T_2 = 58 + 273 = 331\ K$

$\simeq T_1 = 10 + 273 = 283\ K$

et si GP : $Pv = rT \simeq c^{te}$

$\Rightarrow$ si $P \nearrow$, $v \searrow$

17) $V_{max} = \frac{D v_{max}}{S} \simeq \frac{1.10^{-2} \times 7.10^{-2}}{1.10^{-4}}$

$\boxed{V_{max} = 7\ m.s^{-1}}$

18) $\Delta e_{c_{max}} = \frac{V_{max}^2}{2} - 0 = \frac{7^2}{2} = 25\ J.kg^{-1}$

$\ll \Delta h \simeq 200\ kJ.kg^{-1}$

$\boxed{\frac{\Delta e_c}{\Delta h} \simeq 0{,}01\ \% \ll 1}$

19) * 1er principe : $\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_i + q$

négligés

* $e_f = \frac{\text{but}}{\text{coût}} = \frac{\text{prendre de l'énergie à la source froide}}{\text{fournir de l'énergie au compresseur}}$

$= \frac{q_{41}}{w_{i12}}$

* De 4 à 1 : $h_1 - h_4 = \cancel{w_{i41}} + q_{41}$

pas de parties mobiles dans l'évaporateur

* De 1 à 2 : $h_2 - h_1 = w_{i12} + \cancel{q_{12}}$ compression adiabatique

$\Rightarrow \boxed{e_f = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}}$

20) $e_f = \frac{407 - 240}{440 - 407} = \frac{167}{33} = 5{,}1 \Rightarrow \boxed{e_f \simeq 5{,}1}$

21) $\mathcal{P}_{th}^{f} = D\, q_{41} = D(h_1 - h_4) = 1.10^{-2}(407-240)$

$$\boxed{\mathcal{P}_{th}^{f} \simeq 1{,}7\ kW}$$

$\mathcal{P} = D\, w_{i12} = D(h_2 - h_1) = 1.10^{-2}(440-407)$

$$\boxed{\mathcal{P} = 0{,}33\ kW}$$

22) La vapeur est surchauffée après son évaporation afin d'éviter, dans le compresseur, de comprimer de la vapeur saturante pour éviter :

- un coup de liquide
- corrosion.

De plus, la surchauffe déplace le point (1) vers la droite $\Rightarrow h_1 \nearrow \Rightarrow q_{41} = h_1 - h_4 \nearrow$

$\Rightarrow$ le fluide prend davantage d'énergie à la source froide

$w_{12} \simeq c^{te} \Rightarrow e_f \nearrow$.

23) Le liquide est sous-refroidi après liquéfaction pour :

- éviter d'envoyer un fluide ayant des bulles dans le détendeur
- augmenter q_{41} (h_4 diminue s'il y a du sous-refroidissement), et donc e_f

On se limite à un sous-refroidissement du liquide jusqu'à 30°C pour limiter l'encombrement. Si on voulait diminuer T jusqu'à 20°C (température de la pièce, source chaude), il faudrait que l'échangeur (condenseur) soit plus grand.

C) Association réfrigérateur - congélateur :

24) * (1') : isotherme 0°C ∩ isobare correspondant à l'isotherme -20°C sous la courbe de saturation $\Rightarrow$ isobare $\simeq 1{,}3$ bar (Δ échelle log)

* on lit $h_{1'} = 402\ kJ.kg^{-1}$

* $D(h_{1'} - h_4) = \mathcal{P}_{th\,44'} + \cancel{\mathcal{P}_{i\,44'}}$ pas de parties mobiles

$D(h_{1'} - h_{4''}) = \mathcal{P}_{th\,4''1'} + \cancel{\mathcal{P}_{i\,4''1'}}$

or $\mathcal{P}_{th\,44'} = \mathcal{P}_{th\,4''1'}$ et $h_{4'} = h_{4''}$ (détente isenthalpique)

$\Rightarrow h_{4'} - h_4 = h_{1'} - h_{4'} \Rightarrow h_{4'} = \dfrac{h_4 + h_{1'}}{2}$

$h_{4'} = h_{4''} = \dfrac{240+402}{2} = \dfrac{642}{2} = 321\ kJ.kg^{-1}$

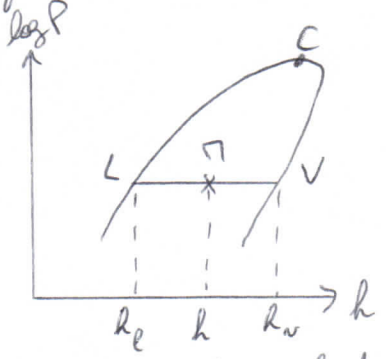
$$\boxed{h_{4'} = h_{4''} = 321\ kJ.kg^{-1}}$$

4' : isobare 2,3 bar, isotherme 0°C

4'' : isobare 1,3 bar, isotherme -20°C

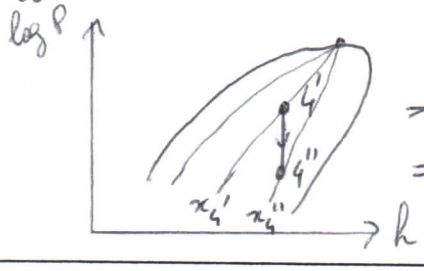
25) cf annexe en couleur verte.

26)



$x = \dfrac{h - h_\ell}{h_v - h_\ell} = \dfrac{L\Pi}{LV}$ (règle des moments)

Vue l'allure de la courbe de saturation, les courbes isotitres ont l'allure suivante :



$\Rightarrow x_{4''} > x_{4'}$

$\Rightarrow$ la proportion de vapeur augmente de 4' à 4''

27) $e_f = \dfrac{\mathcal{P}_{th_{44'}} + \mathcal{P}_{th_{4''1'}}}{\mathcal{P}_{i_{1'2'}}} = \dfrac{\mathcal{D}q_{44'} + \mathcal{D}q_{4''1'}}{\mathcal{D}q_{1'2'}}$

D'après des 1er principes pour les systèmes ouverts :

$$e_f = \frac{\cancel{h_{4'}} - h_4 + h_{1'} - \cancel{h_{4''}}}{h_{2'} - h_{1'}} \quad (h_{4''} = h_{4'})$$

$$e_f = \frac{h_{1'} - h_4}{h_{2'} - h_{1'}} = \frac{402 - 240}{465 - 402} = \frac{162}{63}$$

$$\boxed{e_f = \frac{h_{1'} - h_4}{h_{2'} - h_{1'}} = 2,6}$$

D) Utilisation d'un réfrigérateur :

28) * $T_c - T > 0$

chaud ↑ froid ↑

* $\mathcal{P}_{th} > 0$ car $\mathcal{P}_{th}$ est reçue par l'intérieur du réfrigérateur, or les transferts thermiques vont effectivement du chaud vers le froid.

$\Rightarrow \boxed{\lambda > 0}$

29) système : intérieur du réfrigérateur

bilan d'énergie entre t et $t + dt$:
(1er principe)

$$dU = \delta Q + \underbrace{\cancel{\delta W}}_{-P_{ext}\,\cancel{dV}\ \text{isochore}} = \delta Q = \mathcal{P}_{th}\,dt = \lambda(T_c - T)\,dt$$

or $dU = C_V\,dT \simeq C_p\,dT = C\,dT$

(Rq : il aurait été plus malin que l'énoncé fournisse C_V et non C_p, car à l'évidence on travaille à V constant ...)

$$\Rightarrow C\,dT = \lambda(T_c - T)\,dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dT}{dt} + \frac{\lambda}{C}T = \frac{\lambda}{C}T_c}$$

30) $\Rightarrow T = K\exp\left(-\dfrac{\lambda}{C}t\right) + T_c$

or à $t = 0$, $T = T_f$

$$\Rightarrow \boxed{T(t) = (T_f - T_c)\exp\left(-\frac{\lambda}{C}t\right) + T_c}$$

31) $T(t=0) = T_f \Rightarrow \boxed{T_f = 277\,K = 4°C}$

$T(t \to \infty) = T_c \Rightarrow \boxed{T_c = 293\,K = 20°C}$

asymptote horizontale

Rq : températures cohérentes !
(4°C : intérieur réfrigérateur en fonctionnement)
(20°C : température de la pièce).

32) $\ln\dfrac{T - T_c}{T_f - T_c} = -\dfrac{\lambda}{C}t$

$\Rightarrow$ droite de pente $-\dfrac{\lambda}{C} = \dfrac{-5}{52h}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{5 \times 3.10^5}{52} = 2,9.10^4\,J.h^{-1}.K^{-1}$$

$$\boxed{\lambda = 2,9.10^4\,J.h^{-1}.K^{-1} = 8,0\,W.K^{-1}}$$

33) $e_f = K\,e_f^{max} = K\dfrac{T_f}{T_c - T_f}$ (question 2))

$$e_f = K\frac{T_f}{T_c - T_f} = 0,25\,\frac{277}{20 - 4} = 4,3$$

$$\boxed{e_f = 4,3}$$

34) $\mathcal{P}_{th} = \lambda(T_c - T_f) = 8,0\,(20 - 4)$

$$\boxed{\mathcal{P}_{th} = 1,3.10^2\,W}$$

35) Pour compenser les fuites, il faut prélever $\mathcal{P}_{th\,fuites}$ à la source froide !

$$e_f = \frac{\mathcal{P}_{th}}{\mathcal{P}_c} \Rightarrow \mathcal{P}_c = \frac{\mathcal{P}_{th}}{e_f} = \frac{1{,}3.10^2}{4{,}3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{P}_c = 30\,W}$$

36) système : intérieur du réfrigérateur

bilan d'énergie entre t et $t+dt$:

$$dU = \delta Q + \underbrace{\delta W}_{-P_{ext}\,dV \text{ isochore}} = \delta Q = \mathcal{P}_{th\,fuites}\,dt + \mathcal{P}_{th\,reçue\,de\,la\,part\,du\,fluide\,frigorigène}\,dt$$

$$= C\,dT$$

$$\Rightarrow C\,dT = \lambda(T_c - T)\,dt - \mathcal{P}_{th\,reçue\,par\,le\,fluide\,de\,la\,part\,de\,la\,source\,froide}\,dt$$

$$C\frac{dT}{dt} = \lambda(T_c - T) - e_f\,\mathcal{P}_c$$

$$= \lambda(T_c - T) - K\,e_f^{max}\,\mathcal{P}_c$$

$$= \lambda(T_c - T) - K\frac{T}{T_c - T}\,\mathcal{P}_c$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{\frac{K\mathcal{P}_c}{C}\,T}{T_c - T} + \frac{\lambda}{C}(T_c - T)$$

$$\Rightarrow \boxed{A = \frac{K\mathcal{P}_c}{C}} \quad \boxed{B = \frac{\lambda}{C}}$$

37) absence de fuites $\Rightarrow \lambda = 0 \Rightarrow B = 0$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{AT}{T_c - T}$$

$$\Rightarrow dT\,\frac{T_c - T}{T} = -A\,dt$$

$$\Rightarrow T_c\frac{dT}{T} - dT = -A\,dt$$

$$\Rightarrow dt = \frac{1}{A}dT - \frac{T_c}{A}\frac{dT}{T}$$

On intègre : $(t_f - 0) = \frac{1}{A}(T_f - T_c) - \frac{T_c}{A}\ln\frac{T_f}{T_c}$

$$\Rightarrow \boxed{t_f = \frac{T_f - T_c}{A} + \frac{T_c}{A}\ln\frac{T_c}{T_f}}$$

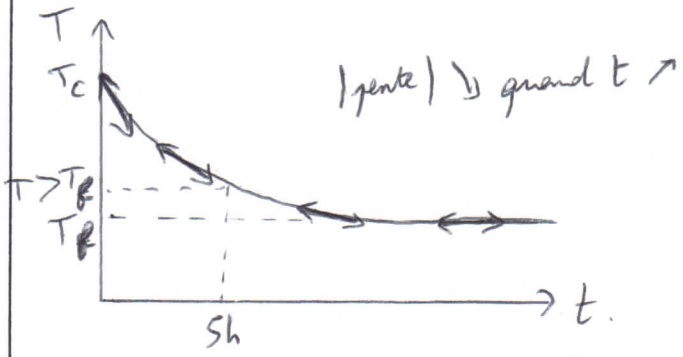
38) * Pour $t = 5h$, $T = 280K > T_f = 277K$.

$\Rightarrow$ à cause des pertes thermiques, la température décroît plus doucement, moins rapidement, qu'en négligeant les pertes thermiques $\Rightarrow$ OK.

* au début : T proche de T_c, les pertes thermiques sont faibles $\Rightarrow$ la chaleur cédée au fluide frigorigène a surtout pour effet de faire chuter T $\Rightarrow \left|\frac{dT}{dt}\right|$ "grand" ($|pente|$ grande)

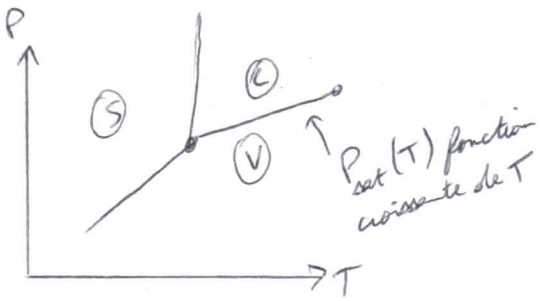
* à la fin : T proche de T_f, les pertes thermiques sont grandes $\Rightarrow$ la chaleur cédée au fluide frigorigène sert surtout à compenser les pertes thermiques $\Rightarrow$ T diminue peu $\Rightarrow \left|\frac{dT}{dt}\right|$ "faible" ($|pente|$ faible).

d'où l'allure de la courbe.



E) Comparaison de fluides frigorigènes :

39) *



$P_{sat}(T)$ fonction croissante de T

$\Rightarrow$ si $T_{evap} > T_{eb}$, alors

$$P_{sat}(T_{evap}) > P_{sat}(T_{eb}) = 1\ bar \ (= P_{atm})$$

* or dans la machine : $P > P_{sat}(T_{evap})$

(c'est dans l'évaporateur que la pression est la plus faible au cours du cycle)

* $\Rightarrow$ $\boxed{P > P_{atm} = 1\ bar}$

40) production frigorifique volumique

$$= \frac{q_{evap}\ (\text{par unité de masse})}{\text{volume massique à l'entrée du compresseur}}$$

$$\boxed{\text{production frigorifique volumique} = \frac{h_{\text{entrée compresseur}} - h_{\text{entrée évaporateur}}}{\text{volume massique à l'entrée du compresseur}}}$$

41) On les préfère à l'ammoniac R717 car avec le R717 :

- le COP est le + faible.
- la taux de compression est le + élevé (cf annexe, critères thermodynamiques, 2))
- la pression de condensation P_{cond} est la + élevée
- T_{man} est la plus grande.

42) Le R134a semble légèrement plus performant (production frigorifique volumique sensiblement supérieure, $P_{sat}(T_{evap}) > 1\ bar$, non inflammable).

Par contre, il contribue grandement à l'effet de serre (GWP = 1300 / 3 pour R600a).

L'Union Européenne a depuis quelques années (2014-2015) mis en place un planning allant jusqu'en 2030 qui instaure la planification de la diminution progressive de mise sur le marché des fluides à fort GWP.

Les Etats-Unis semblent avoir pris du retard, même si des plans commencent à se mettre en place.

ANNEXES à RENDRE avec la COPIE

Figure 1

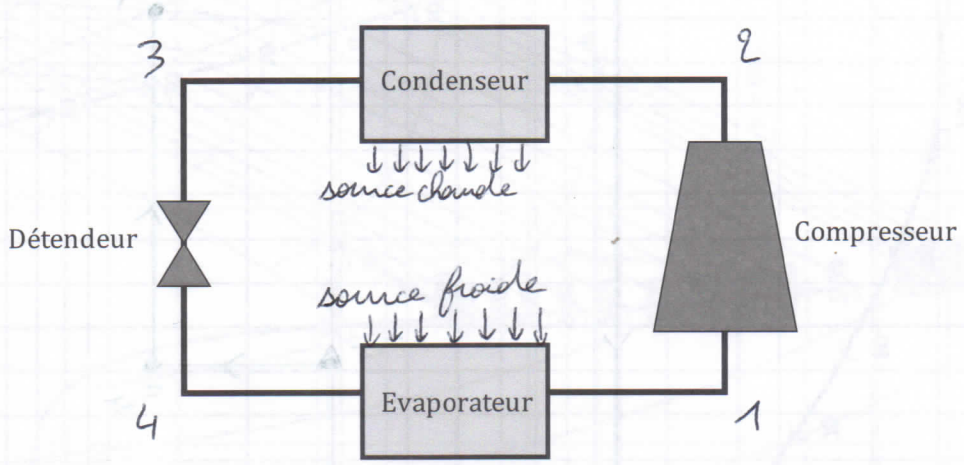


Tableau 3

point	1	2s	2	3	4	1'	2'
$P(bar)$	2,9	10	10	10	2,9	1,3	10
$T(°C)$	10	53	58	30	0	0	80
État du fluide	vapeur sèche	vapeur sèche	vapeur sèche	liquide	vapeur saturante	vapeur sèche	Vapeur sèche
$h(kJ.kg^{-1})$	407	432	440	≃ 240	≃ 240	402	465

Figure 2a :

La figure complète doit montrer 3 couleurs : une pour le cycle 1, 2s, 3, 4 ; une pour la portion 1, 2 ; une pour le cycle 3, 4, 4', 4'', 1', 2'

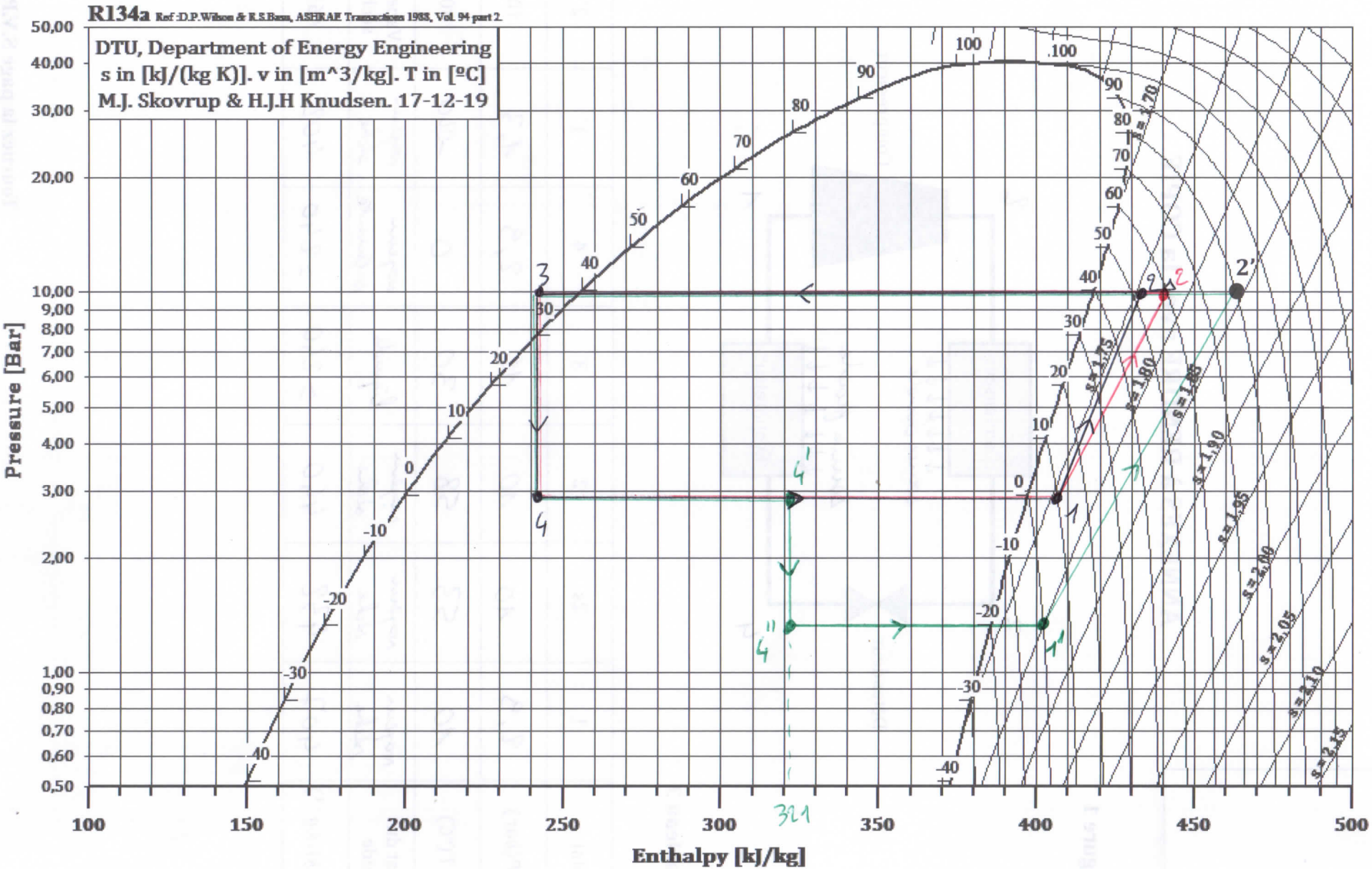
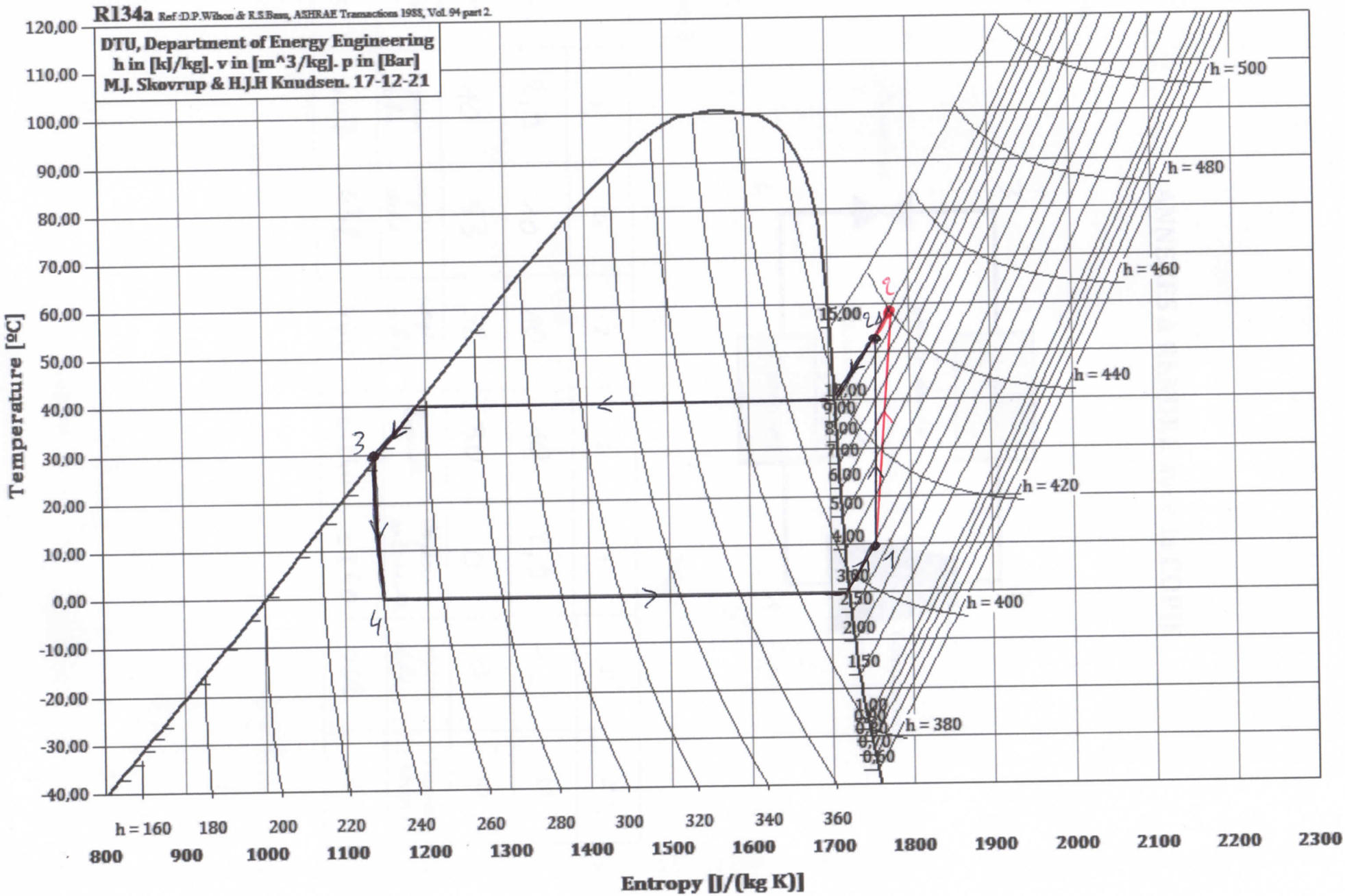


Figure 2b


R134a Ref:D.P.Wilson & R.S.Basu, ASHRAE Transactions 1988, Vol. 94 part 2.
DTU, Department of Energy Engineering
h in [kJ/kg]. v in [m^3/kg]. p in [Bar]
M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen. 17-12-21
Temperature [ºC]
Entropy [J/(kg K)]
h = 500
h = 480
h = 460
h = 440
h = 420
h = 400
h = 380
h = 160
1
2
3
4

PT 2019 - 2020 DL 2

DEUXIEME PROBLEME : Etude du condenseur et de la tour de refroidissement d'une centrale thermique (d'après banque PT 2003)

Question préliminaire : L'enthalpie massique de vaporisation de l'eau est la chaleur nécessaire pour réaliser, de façon réversible, à la température T (et donc à la pression P fixée), la vaporisation de l'unité de masse de l'eau liquide (habituellement notée ℓ_{vap}, et pas L_{vap}).

$$L_{vap}(T) = h''(T) - h'(T)$$

$$\Rightarrow L_{vap}(45°C) = 2583,3 - 188,35 = 2395,0\ kJ.kg^{-1}$$

$$\boxed{L_{vap}(45°C) = 2395,0\ kJ.kg^{-1}}$$

Première partie : Etude de la turbine à vapeur

1) * En ①, vapeur saturante sèche en T = 180°C et P = $P_{sat}(180°C)$ = 10,027 bar et x = 1

$$\Rightarrow \boxed{s_1 = s''(180°C) = 6,5819\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$$

* turbine : détente adiabatique réversible ⇒ isentropique

$$\Rightarrow s_2 = s_1$$

* $$x_2 = \frac{s_2 - s'(45°C)}{s''(45°C) - s'(45°C)} \qquad (t_2 = 45°C)$$

$$x_2 = \frac{6,5819 - 0,6383}{8,1661 - 0,6383} \Rightarrow \boxed{x_2 = 0,78955}$$

* $$x_2 = \frac{h_2 - h'(45°C)}{h''(45°C) - h'(45°C)}$$

$$\Rightarrow h_2 = h'(45°C) + x_2\left(h''(45°C) - h'(45°C)\right)$$

$$h_2 = 188,35 + 0,78955(2583,3 - 188,35)$$

$$\boxed{h_2 = 2079,3\ kJ.kg^{-1}}$$

2) bilan enthalpique : $\Delta h + \cancel{\Delta e_c} + \cancel{\Delta e_p} = \cancel{q} + w_{i,T}$
(1er principe pour les systèmes ouverts) — négligés — adiabatique

$$w_{i,T} = h_2 - h_1 \quad \text{avec } h_1 = h''(180°C)$$

$$w_{i,T} = 2079,3 - 2776,3 = \boxed{-697,0\ kJ.kg^{-1} = w_{i,T}}$$

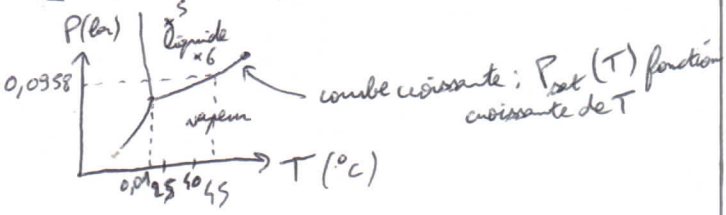
⇒ La puissance mécanique P_m fournie par la vapeur à la turbine : $P_m = \Pi_1 |w_{i,T}| = -\Pi_1 w_{i,T}$ ($\Pi_1 = 930\ kg.s^{-1}$)

$$\boxed{P_m = 648\ MW}$$

Seconde partie : Etude du condenseur

3) a) * en ⑤, T = 25°C et P = 2,2 bar
* en ⑥, T = 40°C et P = 1,8 bar

Or à 45°C, la pression de vapeur saturante est 0,0958 bar < 1,8 bar et 2,2 bar



⇒ ⑤ et ⑥ se trouvent dans le domaine de stabilité de l'eau liquide

⚠ x n'est pas défini (l'énoncé dit : x = 0 ⇒ erreur)

3) b) identité thermo : $dh = Tds + v\,dP$ — influence de la pression négligée (v "faible" pour un état condensé)

$dh = c_{p_\ell} dT$ (état condensé, on néglige l'effet de la pression)

$$\Rightarrow dh = c_{p_\ell} dT = T\,ds$$

$$\Rightarrow ds = c_{p_\ell} \frac{dT}{T}$$ ⇒ s ne dépend que de T, pas de P.

3) c) * Avec hypothèse : $h_6 - h_5 = c_{p_\ell}(T_6 - T_5)$

$$h_6 - h_5 = 4,20 \times (40 - 25) = 63\ kJ.kg^{-1}$$

* Sans hypothèse : $\left(v = \frac{1}{1000}\ m^3.kg^{-1}\right)$ $\left(v = \frac{1}{\rho_\ell}\right)$

$$h_6 - h_5 = c_{p_\ell}(T_6 - T_5) + v(P_6 - P_5)$$

$$v(P_6 - P_5) = \frac{1}{1000}(1,8 - 2,2).10^5 = -40\ J.kg^{-1}$$

$$\frac{\Delta(h_6 - h_5)}{h_6 - h_5} = \frac{40}{63.10^3} = 6,3.10^{-4} = 0,06\ \% \ ! \Rightarrow \text{très faible}$$

4) a) En ④, on a uniquement du liquide à $T = 45°C$

et $P = P_{sat}(45°C) = 0{,}0958$ bar

$\Rightarrow$ le liquide est saturant

$$\Rightarrow \boxed{h_4 = h'(45°C) = 188{,}35 \ kJ.kg^{-1}}$$

4) b) $$x_3 = \frac{h_3 - h'(45°C)}{h''(45°C) - h'(45°C)}$$

$$\Rightarrow h_3 = h'(45°C) + x_3\left(h''(45°C) - h'(45°C)\right)$$

$$h_3 = 188{,}35 + 0{,}100\left(2583{,}3 - 188{,}35\right)$$

$$\boxed{h_3 = 427{,}8 \ kJ.kg^{-1}}$$

5) a) régime permanent $\Rightarrow$ débit en entrée = débit en sortie

$$\Rightarrow \boxed{\Pi_2 + \Pi_3 = \Pi_4}$$

5) b) échangeur : 3 entrées et 2 sorties
(2, 3 et 5) (4 et 6).

pas de parties mobiles $\Rightarrow \mathcal{P}_i = 0$
échangeur calorifugé $\Rightarrow \mathcal{P}_{th} = 0$

bilan enthalpique (1er principe pour les systèmes ouverts) :

$$\Pi_6 h_6 + \Pi_4 h_4 - \Pi_2 h_2 - \Pi_3 h_3 - \Pi_5 h_5 = \cancel{\mathcal{P}_i} + \cancel{\mathcal{P}_{th}}$$

avec $\Pi_2 = \Pi_1$ et $\Pi_6 = \Pi_5$ (pas de parties mobiles) (calorifugé)

$$* \ \mathcal{P}_{th \text{ reçue par circuit de réfrigération}} = \Pi_5(h_6 - h_5) = \mathcal{P}_{th \text{ fournie par le circuit principal}}$$

bilan enthalpique entre 5 et 6 ($\mathcal{P}_i = 0$) — enceinte calorifugée

$$\boxed{\mathcal{P}_{th_{56}} = \Pi_5(h_6 - h_5)} \boxed{= \Pi_2 h_2 + \Pi_3 h_3 - \Pi_4 h_4}$$

5) c) $\Pi_4 = \Pi_2 + \Pi_3$

$$\Rightarrow \Pi_3 = \frac{\Pi_5(h_6 - h_5) - \Pi_2(h_2 - h_4)}{h_3 - h_4}$$

$$\Pi_3 = \frac{28{,}5.10^3 \times 63 - 930\left(2079{,}3 - 188{,}35\right)}{427{,}8 - 188{,}35}$$

$$\boxed{\Pi_3 = 1{,}5.10^2 \ kg.s^{-1}}$$

Troisième partie : Etude de la tour

6) $h_v = h_v(0°C) + c_{p_v} t$ car $dh_v = c_{p_v} dT$ (2ème loi de Joule car GP)

$h''(0°C) = 2501{,}5 \ kJ.kg^{-1}$

$$\Rightarrow \boxed{h_v = A + c_{p_v} t} = 2501{,}5 + 1{,}86\,t \quad \text{en } kJ.kg^{-1}$$

7) $h_6 = c_{pl} t_6 = 4{,}20 \times 40 = 1{,}7.10^2 \ kJ.kg^{-1}$

$h_9 = c_{pl} t_9 = 4{,}20 \times 25{,}2 = 106 \ kJ.kg^{-1}$

$h_{a7} = c_{p_a} t_7 = 1{,}00 \times 20 = 20 \ kJ.kg^{-1}$

$h_{a8} = c_{p_a} t_8 = 1{,}00 \times 32 = 32 \ kJ.kg^{-1}$

$h_{v8} = A + c_{p_v} t_8 = 2501{,}5 + 1{,}86 \times 32{,}0 = 2{,}56.10^3 \ kJ.kg^{-1}$

8) a) tour de refroidissement : $\mathcal{P}_i = 0$ (pas de parties mobiles)
$\mathcal{P}_{th} = 0$ (transfert thermique négligé à travers les structures de la tour (cf hypothèses))

$\Rightarrow$ bilan enthalpique (plusieurs entrées et plusieurs sorties) :

entrées : $\Pi_6 h_6 + \Pi_7 h_{a7}$

= sorties : $\Pi_9 h_9 + \Pi_{air8} h_{a8} + \Pi_{eau8} h_{v8}$

or $\Pi_{air8} = \Pi_7$ (régime permanent)

et $\Pi_{eau8} = \Pi_6 - \Pi_9$

on pose $\Pi_v = \Pi_{eau8} = \Pi_6 - \Pi_9 \Rightarrow \Pi_9 = \Pi_6 - \Pi_v$

$$\Rightarrow \Pi_6 h_6 + \Pi_7 h_{a7} = (\Pi_6 - \Pi_v) h_9 + \Pi_7 h_{a8} + \Pi_v h_{v8}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Pi_v = \frac{\Pi_6(h_6 - h_9) + \Pi_7(h_{a7} - h_{a8})}{h_{v8} - h_9}} = 554 \ kg.s^{-1}$$

$$\boxed{\omega = \frac{\Pi_v}{\Pi_7} = \frac{554}{34.10^3} = 1{,}6.10^{-2}}$$

8) b) * régime permanent $\Rightarrow \Pi_5 = \Pi_9 + \Pi_{10}$

* Le travail indiqué massique absorbé par la pompe est négligé (cf hypothèses) $\Rightarrow \mathcal{P}_i = 0$ pour la pompe

On suppose la pompe calorifugée $\Rightarrow \mathcal{P}_{th} = 0$

bilan enthalpique (système à 2 entrées et 1 sortie)

$$\Pi_5 h_5 - \Pi_9 h_9 - \Pi_{10} h_{10} = 0$$

$$\Rightarrow h_{10} = \frac{M_s h_s - M_g h_g}{M_{10}} \qquad \text{or } M_{10} = M_v$$

$$M_s = M_g + M_{10} \Rightarrow M_g = M_s - M_v$$

$$h_{10} = c_{pl}\, t_{10} \qquad h_s = c_{pl}\, t_s \qquad h_g = c_{pl}\, t_g$$

$$\Rightarrow t_{10} = \frac{M_s t_s + (M_v - M_s) t_g}{M_v} \qquad t \text{ en } °C$$

$$\boxed{t_{10} = 15\ °C}$$

9)a) équation d'état des gaz parfaits :

$$P_v V = n_v R T_8 \qquad \text{or } r_v = \frac{R}{M_v}$$

M_v : masse molaire

$$\Rightarrow P_v V = m_v r_v T_8$$

$$\Rightarrow V = \frac{m_v r_v T_8}{P_v}$$

On prend le volume V par unité de temps $\Rightarrow D_{vol}$

masse m_v ——— $\Rightarrow M_v$ (débit massique)

$$\Rightarrow \boxed{D_{vol} = M_v r_v \frac{T_8}{P_v}}$$

(dans le volume, il y a de l'air et de la vapeur d'eau, mélangés).

9)b) équation d'état des GP pour l'air : $P_{air} V = m_a r_a T_8$

$$\Rightarrow D_{vol} = M_{a8} \frac{r_a T_8}{P_{air}}$$

avec $M_{a8} = M_7$ et $P_8 = P_{air} + P_v \Rightarrow P_{air} = P_8 - P_v$

$$\Rightarrow M_v r_v \frac{\cancel{T_8}}{P_v} = M_7 \frac{r_a \cancel{T_8}}{P_8 - P_v}$$

$$\Rightarrow P_v M_7 r_a = (P_8 - P_v) M_v r_v$$

$$P_v = \omega \frac{r_v}{r_a} (P_8 - P_v) \Rightarrow \boxed{P_v = \frac{P_8}{1 + \frac{r_a}{\omega r_v}}}$$

$$\boxed{P_v = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{bar}}$$

9)c) $t_8 = 320°C$

$$\ln \frac{P_s}{140974} = -\frac{3928{,}5}{231{,}67 + 320} = -14{,}30$$

$$\Rightarrow \boxed{P_s = 4{,}769 \cdot 10^{-2}\ \text{bar}}$$

$$\psi = \frac{P_v}{P_s} = \frac{2{,}5}{4{,}769} = \boxed{0{,}52 = \psi} < 1$$

$\Rightarrow P_v < P_s \Rightarrow$ la vapeur est bien sèche à la sortie de la tour de refroidissement.

Quatrième partie : Débit d'air minimal

10)a) $P_v = 4{,}769 \cdot 10^{-2}$ bar

$P_8 = 1{,}0$ bar

$$P_v = \frac{P_8}{1 + \frac{r_a}{\omega r_v}} \Rightarrow \frac{r_a}{\omega r_v} = \frac{P_8}{P_v} - 1$$

$$\omega = \frac{r_a}{r_v} \frac{1}{\frac{P_8}{P_v} - 1} = \boxed{3{,}1 \cdot 10^{-2} = \omega}$$

10)b) cf 8)a) : $\omega = \dfrac{\frac{M_6}{M_7}(h_6 - h_9) + (h_{a7} - h_{a8})}{h_{v8} - h_9}$

$$\Rightarrow \frac{M_6}{M_7} = \frac{\omega (h_{v8} - h_9) + (h_{a8} - h_{a7})}{h_6 - h_9}$$

$$= 1{,}4$$

or $M_6 = 28{,}5 \cdot 10^3\ kg \cdot s^{-1}$

$$\Rightarrow \boxed{M_7 = 20 \cdot 10^3\ kg \cdot s^{-1}}$$

$$\boxed{M_v = \omega M_7 = 6{,}2 \cdot 10^2\ kg \cdot s^{-1}}$$

Le débit massique de vapeur n'a pas diminué mais au contraire augmenté (M_v : 554 → $6{,}2 \cdot 10^2$) alors que le débit massique d'air est quasiment divisé par 2 (M_7 : $34 \cdot 10^3 \rightarrow 20 \cdot 10^3$).

Ce fonctionnement n'est pas recommandé car le refroidissement de l'air rejeté par la tour va faire passer la vapeur d'eau à l'état de liquide ($P_v = P_s$) et donc il va y avoir de la pluie dans le voisinage de la tour.