Référentiels : notes

June 2021

1

1) Description d'un mouvement.

Décrire un mouvement, besoin référentiel.

Définition : référentiel

Donnée d'un ens de V et d'une horloge.
pts fixes les uns / autres

→ À partir de cet ens, on peut se donner un repère, ie des coordonnées pour décrire posé (ex : cartésien / cyl).

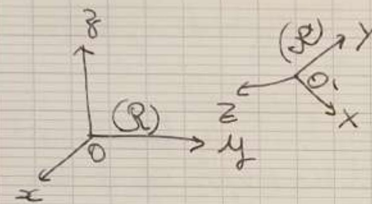
⚠ Différent ! ~~Changer~~ Choix de repère n'influe pas, c'est artificiel.

plus tard
Def : ref gal.
→ ppe inertie s'applique
Réciproque def ref non gal
Toute la suite se base sur ces deux notions gal / non gal. Vous avez déjà fait avec ref gal, donc supposé que le ref l'est.

~~On va maintenant se donner les outils dans le cas où ref pas gal.~~
Alors que le choix du référentiel est important.

2) Changement de référentiel

a) Dérivation d'un vecteur



(R) supposé fixe, (R') mobile avec

$\vec{v}(O_1/R)$ et $\vec{\omega}(R'/R) = \vec{\omega}$ vecteur rotation du solide attaché à (R') / R.

Rappel : Soit $\vec{u}$ vecteur fixe dans R'

$$\left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_R = \vec{\omega} \wedge \vec{u}$$

b) Composition.

Soit un point M mobile.

$$\vec{OM} = \vec{OO_1} + \vec{O_1M}$$

$$* \ \vec{v}(M/R) \equiv \left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right)_R = \vec{v}(O_1/R) + \left.\frac{d\vec{O_1M}}{dt}\right)_R$$

$$\vec{v}(M/R) = \vec{v}(O_1/R) + \left.\frac{d\vec{O_1M}}{dt}\right)_{R'} + \vec{\omega} \wedge \vec{O_1M}$$

$$\boxed{\vec{v}(M/R) = \vec{v}(O_1/R) + \vec{v}(M/R') + \vec{\omega} \wedge \vec{O_1M}}$$

8

$$\ast\ \vec{a}(M|R) = \left.\frac{d\vec{v}(M|R)}{dt}\right)_R$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\vec{v}(O_1|R) + \vec{v}(M|R') + \vec{\omega} \wedge \vec{O_1M}\right)_R$$

$$= \vec{a}(O_1|R) + \frac{d}{dt}\left(\left.\frac{d\vec{O_1M}}{dt}\right)_{R'}\right)_{R'} + \vec{\omega} \wedge \left.\frac{d\vec{O_1M}}{dt}\right)_{R'}$$

$$+ \left.\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)_R \wedge \vec{O_1M} + \vec{\omega} \wedge \left.\frac{d\vec{O_1M}}{dt}\right)_{R'} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O_1M})$$

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{a}(M|R) = \vec{a}(O_1|R) + \vec{a}(M|R') + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M|R') \\ + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O_1M}) + \left.\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)_R \wedge \vec{O_1M}\end{aligned}}$$

Remarque : pour plus de simplicité $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{0}$ dans seule

3) Théorème de la quantité de mvt

On cherche à décrire des mvt donc il faut se donner des lois :

Déf : ref gal

Loi de Newton : dans ref galiléen, objet de masse m, soumis à des forces $\sum \vec{F}$:

$$\boxed{m\,\vec{a}(M|R) = \sum \vec{F}}$$

Si on applique la formule de chgt ref : on peut exprimer l'accéléra°, c'est mathématique :

$$m\left(\vec{a}(O_1/R) + \vec{a}(M/R') + \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{O_1M}) + 2\vec{\omega}\wedge\vec{v}(M/R')\right)$$

$$= \sum \vec{F_i}$$

On note $\vec{a_c} = 2\vec{\omega}\wedge\vec{v}(M/R')$

$$\vec{a_e} = \vec{a}(O_1/R) + \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{O_1M})$$

et

$$m\vec{a}(M/R') = \sum\vec{F_i} - m\vec{a_e} - m a_c$$

$$= \sum\vec{F_i} + \vec{F_{ie}} + \vec{F_c}$$

On généralise en ajoutant artificiell^t deux forces qui correspondent aux mvt relatifs des référentiels.

II Etude de mouvements dans différents ref

1) Correction du champ de pesanteur

Soit ref terrestre : rota° % géocentrique que l'on suppose ici gal.
On suppose un pt M à Σ Terre

$\vec{\omega} = \omega\vec{e_z}$

$\vec{g}(M) = -g\vec{e_z}$

PFD généralisé :

$$m\vec{a}(M/R') = m\vec{g} - m\vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{TM})$$

$$= m(\underbrace{\vec{g} - \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{TM})}_{\vec{g'}})$$

Correction de la pesanteur :

$$\vec{g}(\lambda) = \vec{g_0} + \Omega^2 R_T \cos\lambda \, \vec{e_x}$$

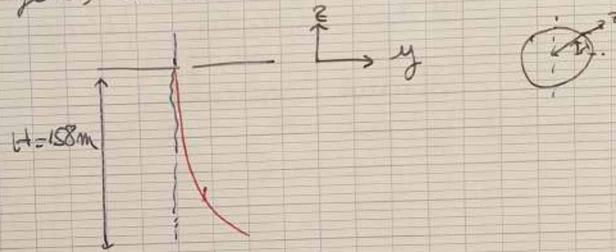
$$\Delta g(\text{pôle} - \text{eq}) = R_T \Omega^2 = 3,39.10^{2}\ m.s^{-2}$$

Coup à plus de 896,7m avec barrett M82

2) Déviation vers l'Est

Expérience de Ferdinand Reich

Cette fois, on donne à la masse m une vitess



$$m\vec{a}(M/R') = m\vec{g} - 2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M/R')$$

On suppose $v_z \gg v_y$ donc on prend dans $\vec{F_c}$ $\vec{v} \parallel \vec{e_z}$.

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -2\Omega\cos\lambda\,\dot{z} \\ \ddot{z} = -g \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x} = \\ \dot{y} = \\ \dot{z} = -gt + K \end{cases}$$

$$K = \dot{z}(0) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ \ddot{y} = +2\Omega\cos(\lambda) g t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + R_T + H \end{cases}$$

$\to y = g\,\Omega \cos\lambda \frac{t^3}{3}$

Temps de chute : $z = R_T \to t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$\to y_c = \frac{\Omega \cos\lambda}{3\sqrt{g}} (2h)^{3/2}$

pour $h = 158\,m$, $\lambda = 50°$ $\to y_c = 27{,}4\,mm$
avec 28,4 mm exp !

~~$\to$ Phénomène connu un peu plus que 27,4 mm comparé à 158 m~~

3) Force Coriolis : preuve expérimentale

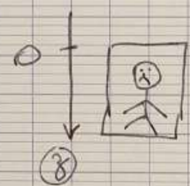
Pendule Foucault :

LP : référentiel

de Gerdud

Intro : jour sidéral vs solaire

Ascenseur en chute libre :



$\downarrow \vec{g}$

ascenseur :

$$\vec{a} = \vec{g} = \vec{a}(O, |R)$$

Dans R' ref de l'ascenseur :

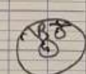
$$m\vec{a}(M/R') = m\vec{g} - m\vec{a}(O, |R)$$
$$= \vec{0}$$

MRU dans ref du l'ascens

→ impesanteur

→ Vol 0g

2001 l'Odyssée de l'espace



$\omega \vec{e_z}$

$$\frac{\|\vec{F_{ie}}\|}{m} = \omega^2 R \overset{?}{=} g$$

$R \sim 20\ m$

$$\omega = \left(\frac{9,8}{20}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= 0,7\ rad\ s^{-1}$$

Quelqu'un fait son jogging à l'intérieur :

$\vec{F_c} = -2m\,\vec{\omega} \wedge \vec{v}$ selon $\pm \vec{e_r}$

$\vec{v} \sim 10\,km/h \longrightarrow \delta g \sim 0.35\, g_{terre}$ rend soit

trop compliqué soit allège bcp.